

数学 I ・ 数学 A

問 題	選 択 方 法
第 1 問	必 答
第 2 問	必 答
第 3 問	} いずれか 1 問を選択し、 解答しなさい。
第 4 問	
第 5 問	

第 1 問 (必答問題) (配点 40)

[1] a を定数とし, 2 次関数

$$y = -x^2 + (2a - 5)x - 2a^2 + 5a + 3$$

のグラフを C とする。

(1) グラフ C の頂点の座標は

$$\left(\frac{2a - \boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{-4a^2 + \boxed{\text{ウエ}}}{4} \right)$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(2) グラフ C と x 軸が異なる 2 点で交わるための a の範囲は

$$-\frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}} < a < \frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

である。

(3) a は ① を満たす整数とする。このとき、グラフ C と x 軸との二つの交点の x 座標がともに整数となるのは、 $a = \boxed{\text{ク}}$ または $a = \boxed{\text{ケコ}}$ の場合であり、その場合に限る。 $a = \boxed{\text{ケコ}}$ のとき、交点の x 座標は $\boxed{\text{サシ}}$ と $\boxed{\text{スセ}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{サシ}}$ と $\boxed{\text{スセ}}$ は解答の順序を問わない。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

[2] 一つのさいころを2回続けて投げ、出た目の数を順に a, b とするとき、
 $u = \frac{a}{b}$ とおく。

(1) $u = 1$ である確率は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(2) $u > 1$ である確率は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(数学 I ・ 数学 A 第 1 問は次ページに続く。)

(3) u が整数になる確率は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。

(4) T を次で定義する。

$$u \text{ が整数になる場合} \begin{cases} u \text{ が偶数ならば } T = u \\ u \text{ が奇数ならば } T = 1 \end{cases}$$

$$u \text{ が整数にならない場合 } T = 0$$

このとき, T の期待値は $\frac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノハ}}}$ である。

第 2 問 (必答問題) (配点 40)

[1] m, n を整数とする。 x の整式

$$A = x^3 + mx^2 + nx + 2m + n + 1$$

を考える。

(1) x の整式 B を

$$B = x^2 - 2x - 1$$

とする。 A を B で割ると、商 Q と余り R はそれぞれ

$$Q = x + (m + \boxed{\text{ア}})$$

$$R = (2m + n + \boxed{\text{イ}})x + (3m + n + \boxed{\text{ウ}})$$

である。

また、 $x = 1 + \sqrt{2}$ のとき、 B の値は $\boxed{\text{エ}}$ であり、さらにこのとき、 A の値が -1 であるならば、 m, n は整数だから、

$$m = \boxed{\text{オ}}, n = \boxed{\text{カキ}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

(2) 次の に当てはまるものを, 下の①~⑤のうちから一つ選べ。

x がどのような奇数であっても A の値が常に偶数になるための必要十分条件は となることである。

① m が奇数

② n が奇数

③ $m - n$ が奇数

④ m が偶数

⑤ n が偶数

⑥ $m - n$ が偶数

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

数学 I ・ 数学 A

〔2〕 平面上に 2 点 O, P があり, $OP = \sqrt{6}$ である。点 O を中心とする円 O と点 P を中心とする円 P が, 2 点 A, B で交わっている。円 P の半径は 2 であり, $\angle AOP = 45^\circ$ である。このとき, 円 O の半径は

$$\sqrt{\boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{コ}}} \quad \text{または} \quad \sqrt{\boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}}}$$

である。

以下, 円 O の半径が $\sqrt{\boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}}}$ のときを考える。

$$AB = \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

(数学 I ・ 数学 A 第 2 問は次ページに続く。)

また、OA の A 側への延長と円 P との交点を C とするとき、三角形 ABC について、

$$\angle BAC = \boxed{\text{スセソ}}^\circ, \quad BC = \boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

第 3 問 (選択問題) (配点 20)

- (1) 整数からなる等比数列 $\{a_n\}$ が, $a_1 + a_2 = 32$, $a_4 + a_5 = 864$ を満たしている。このとき,

$$a_n = \boxed{\text{ア}} \cdot \boxed{\text{イ}}^{n-1}$$

であり,

$$\sum_{k=1}^n (a_k + 4k - 2) = \boxed{\text{ウ}} \cdot \boxed{\text{エ}}^n + \boxed{\text{オ}} n^2 - \boxed{\text{カ}}$$

となる。

(数学 I ・ 数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

- (2) 分数 $\frac{9}{37}$ を小数で表したときに小数第 n 位に現れる数を b_n とする。すべての自然数 n に対して $b_{n+p} = b_n$ となる最小の自然数 p は であり、

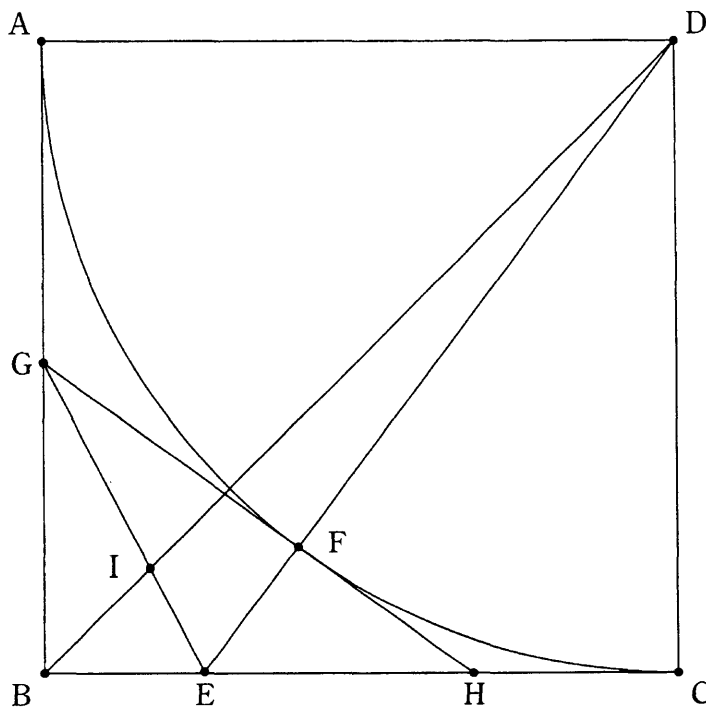
$$\sum_{k=1}^{100} b_k = \text{クケコ}$$

である。

第 4 問 (選択問題) (配点 20)

1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD の辺 BC を 1 : 3 に内分する点を E とする。
 D を中心とする半径 1 の円と、線分 DE との交点を F とする。点 F におけるこの円 D の接線と辺 AB, BC との交点をそれぞれ G, H とする。さらに直線 GE と直線 BD との交点を I とする。 キ ~ サ には、次の ㉠ ~ ㉦ のうちから正しいものを一つずつ選べ。

- | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ㉠ EH | ㉡ FD | ㉢ FE | ㉣ GE | ㉤ GF | ㉥ GH |
| ㉦ GI | ㉧ GJ | ㉨ IE | ㉩ JB | ㉪ BEI | ㉫ BIE |
| ㉬ EBI | ㉭ EFG | ㉮ FEG | ㉯ FGE | | |



(数学 I ・ 数学 A 第 4 問は次ページに続く。)

(1) 点 I が $\triangle BGH$ の内心であることを示す。E は BC を 1 : 3 に内分するから

$$EC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。 $\triangle ECD$ において三平方の定理(ピタゴラスの定理)を用いれば

$$ED = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

となる。よって $EF = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

$\triangle GBE$ と $\triangle GFE$ は直角三角形で、斜辺 GE を共有し、 $BE = \boxed{\text{キ}}$ であるから $\triangle GBE \equiv \triangle GFE$ が成り立つ。ゆえに $\angle BGE = \angle \boxed{\text{ク}}$ となる。一方、

$$\angle GBI = 45^\circ = \angle \boxed{\text{ケ}}$$

であるから I は $\triangle BGH$ の内心であることがわかる。

(2) 次に、 $\triangle BGH$ の内接円 I の半径 r を求める。 $GA = GF = GB$ なので、G は AB の中点であることがわかる。I から GB に下ろした垂線と GB との交点を J とする。 $JI = \boxed{\text{コ}} = r$ であって $JI \parallel BE$ であるから

$$GB : BE = \boxed{\text{サ}} : JI$$

が成り立つ。ゆえに $r = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となる。

第 5 問 (選択問題) (配点 20)

次のプログラムを考える。ただし、120 行の THEN の後は、コロン「:」で区切られた複数の命令をその順に実行させるものである。

```
100 INPUT "A = "; A
110 INPUT "B = "; B
120 IF B <= 0 THEN PRINT "B <= 0 です。終了します。" : GOTO 240
130 X = 0
140 Y = A
150 IF A < 0 THEN GOTO 200
160 IF Y < B THEN GOTO 230
170 X = X + 1
180 Y = Y - B
190 GOTO 160
200 X = X - 1
210 Y = Y + B
220 IF Y < 0 THEN GOTO 200
230 PRINT "X は"; X; ", Y は"; Y; "です。"
240 END
```

(数学 I ・ 数学 A 第 5 問は次ページに続く。)

(1) $A = ?$ に対して 50, $B = ?$ に対して 11 を入力すると, 170 行は 回,
210 行は 回実行され,

X は , Y は です。

と表示される。

(2) $A = ?$ に対して -50 , $B = ?$ に対して 6 を入力すると, 170 行は 回,
210 行は 回実行され,

X は , Y は です。

と表示される。

(3) $A = ?$ に対して 14.9, $B = ?$ に対して 2.5 を入力すると, X の値として

X は

と表示され, その右に Y の値として表示される数を既約分数で表すと

$\frac{\text{サシ}}{\text{ス}}$ となる。

問題と解答は、独立行政法人 大学入試センターホームページより転載しています。
ただし、著作権上の都合により、一部の問題・画像を省略しています。

日本一の学校情報



<http://www.js88.com>

インターネット塾・予備校情報サイト



<http://jyuku.js88.com>